Prova scritta: appello straordinario
Introduzione alla Fisica Quantistica

13 Aprile 2010

Parte prima

1. Si consideri un fotone di frequenza $\nu = 10^{15}\ \mathrm{s}^{-1}$:

   a): Trovare l'energia del fotone, E_γ, ed il suo impulso, k_γ;

   b): Si considerino quattro metalli con potenziale di estrazione A rispettivamente pari ad 0.5 eV, 2.5 eV, 4.5 eV e 5.5 eV. Dire incidendo su quale (o quali) di questi metalli il fotone può indurre effetto fotoelettrico.

   c): Calcolare, nei casi in cui venga indotto effetto fotoelettrico, l'energia cinetica del fotoelettrone emesso.

2. Un fascio di fotoni, tutti di lunghezza d'onda λ_i, viene fatto collidere con elettroni in quiete.

   a): Sapendo che i fotoni rilevati ad angolo di diffusione $\varphi = \pi$ hanno lunghezza d'onda $\lambda_f^{(1)} = 3.0 \times 10^{-11}$m, calcolare λ_i.

   b): Calcolare la lunghezza d'onda finale dei fotoni diffusi a $\varphi = \pi/2$ ed a $\varphi = \pi/3$.

3. Si consideri la funzione $\Psi(x) = c\, x e^{-\lambda x^2}$, con λ reale:

   a): Dire per quale insieme di valori di λ $\Psi(x)$ può rappresentare la funzione d'onda di una particella quantistica;

   (**b):** Scelto λ in accordo al punto **a**, dire quanto vale la probabilità che una misura della posizione dia come risultato $x = 0$;

   c): Trovare il coefficiente di normalizzazione c.

4. (Facoltativo): Calcolare il valor medio di $\hat{x}$ sulla funzione d'onda $\Psi(x)$.

Parte seconda

Si consideri una particella in una buca monodimensionale infinita definita da $0 \leq x \leq a$. Si supponga che, al tempo $t = 0$, la particella sia preparata nello stato descritto dalla funzione d'onda $\Psi_0(x)$, data da

$$\Psi_0(x) = \begin{cases} c\left\{\sin\left[\frac{\pi x}{a}\right] + \sin\left[\frac{2\pi x}{a}\right]\right\} & , \text{ per } 0 \leq x \leq a \\ 0 & , \text{ altrimenti} \end{cases} ,$$

con c costante di normalizzazione.

1. Confrontando $\Psi_0(x)$ con le autofunzioni $\psi_n(x)$ riportate in calce al problema, dire quali sono i valori che si possono ottenere da una misura dell'energia della particella;
2. Trovare la costante di normalizzazione c;
3. Trovare la funzione d'onda della particella al tempo t, $\Psi(x,t)$;
4. Scelta la funzione d'onda $\Psi_0(x)$, determinarne la corretta normalizzazione (c);
5. Valutare la probabilità con la quale si può ottenere ciascuno dei possibili valori di una misura dell'energia.

Nota bene: Gli autovalori dell'energia per la buca di potenziale infinita in una dimensione sono dati da

$$E_n = \frac{\hbar^2 n^2}{2ma^2} \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \ldots \quad .$$

Le corrispondenti autofunzioni sono date da

$$\psi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left[\frac{\pi n x}{a}\right] & , \text{ per } 0 \leq x \leq a \\ 0 & , \text{ altrimenti} \end{cases}$$