Prova Scritta di Meccanica Quantistica 1

29 **Gennaio** 2020

- **problema 1 - oscillatore armonico - [10 punti]**

  Considerare una particella di massa m confinata a muoversi lungo l'asse x e soggetta ad un potenziale armonico di frequenza ω. Ottenere un'espressione per gli operatori $\hat{x}(t)$ e $\hat{p}(t)$ in rappresentazione di Heisenberg. Se lo stato iniziale del sistema è dato da $|\psi, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$, dove $|n\rangle$ è autostato dell'Hamiltoniano $\forall n \in \mathbb{N}$, ottenere i valori medi di $\hat{x}(t)$ e $\hat{p}(t)$ su tale stato.

- **problema 2 - Spin** 1 **- [10 punti]**

  Si consideri una particella di spin $S = 1$. La sua dinamica sia descritta dall'Hamiltoniano $\hat{H} = \frac{\omega_0}{\hbar}(\hat{S}_x^2 - \hat{S}_y^2)$. Se al tempo $t = 0$, una misura di $\hat{S}_x$ fornisce il valore $+\hbar$, calcolare il valor medio delle tre componenti dello spin al generico tempo t.

- **problema 3 - perturbazioni dipendenti dal tempo - [10 punti]**

  Una particella di massa m è confinata in una buca di potenziale unidimensionale estremamente profonda, con pareti in $x = 0$ ed $x = L$. Al tempo $t = 0$, essa si trova nello stato fondamentale dell'Hamiltoniano, $\psi_1(x)$. Per tempi $t > 0$, viene accesa una perturbazione dipendente dal tempo, localizzata nel centro della buca, della forma $V(t) = V_0 L\, e^{-\gamma t}\, \delta(x - \frac{L}{2})$. Usando la teoria delle perturbazioni al primo ordine, calcolare le probabilità, $P_2(t)$ e $P_3(t)$, che, al tempo $t \gg \gamma^{-1}$, la particella si trovi nel primo e nel secondo stato eccitato.

Formule utili:

operatore di distruzione per un oscillatore armonico: $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\hat{x}}{x_0} + i\frac{\hat{p}}{p_0}\right)$ con $x_0 = \frac{\hbar}{p_0} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$

autofunzioni di $\hat{H}$ per una buca infinita: $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right)$.